最繁琐的几何作图题

早在古代，就有人能用直尺和圆规作出正三角形、正方形和正五边形了. 可是，利用尺规来作正七边形或正十一边形或正十三边形的任何尝试，却都以失败而告终.

这种局面持续了两千多年，数学家们猜想，凡是边数为素数的正多边形(如正七、正十一、正十三边形等)，看来用圆规和直尺是作不出来的. 但是在 1796 年，完全出乎数学界的意料，19 岁的德国青年数学家高斯找到了用圆规和直尺来作边数为素数的正十七边形的方法. 这个成就是如此辉煌，不仅使数学界为之轰动，而且也促使高斯把数学选为自己的终身职业.

5 年以后，高斯进一步宣布了能否作任意正多边形的判断. 按照他证明的定理：凡是边数为“费马素数”(即边数是 $2^{2^n}+1$ 形状的数，而且还要是素数)的正多边形，就一定可以用尺规来作图. 当 $n=2$ 时，就是正 17 边形；当 $n=3$ 时，就是正 257 边形；当 $n=4$ 时，就是正 65 537 边形……他还证明了，如果边数是素数，但不是费马素数的话(例如上面所提到过的正七边形，正十一边形等)，那么这样的正多边形就不能仅用圆规和直尺来作出.

紧接在 17 以后的两个“费马素数”是 257 和 65 537. 后来，数学家黎西罗果然给出了正 257 边形的完善作法，写满了整整 80 页纸.

另一位数学家赫姆斯按照高斯的方法，得出了正 65 537 边形的尺规作图方法，他的手稿装满了整整一只手提皮箱，至今还保存在德国的著名学府哥廷根大学. 这道几何作图题的证明，可说是最为繁琐的了.